

# ENSEMBLES ET APPLICATIONS

## Exercice

Montrer que pour tous les ensembles  $A$ ,  $B$  et  $C$  on a

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C) \quad \text{et} \quad A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

Plus généralement, Pour tout ensemble d'indices  $I$ , on a

$$A \setminus \left( \bigcap_{i \in I} B_i \right) = \bigcup_{i \in I} (A \setminus B_i) \quad \text{et} \quad A \setminus \left( \bigcup_{i \in I} B_i \right) = \bigcap_{i \in I} (A \setminus B_i).$$

## Exercice

Supposons que  $A = \bigcup_{i \in I} A_i$  et  $B = \bigcup_{j \in J} B_j$ . Montrer que

$$A \cap B = \bigcup_{i \in I, j \in J} (A_i \cap B_j).$$

## Exercice

Supposons que  $A$  et  $B$  soient des sous-ensembles d'un ensemble  $X$ . Montrer que

$$(X \setminus A) \cap B = B \setminus A.$$

1/2

Soit  $f: X \rightarrow Y$  une application quelconque.

## Exercice

Supposons que  $A$ ,  $B$  soient des sous-ensembles de  $X$  et  $C$ ,  $D$  soient des sous-ensembles de  $Y$ . Montrer que

$$\begin{aligned} f(A \cup B) &= f(A) \cup f(B), & f(A \cap B) &\subset f(A) \cap f(B), \\ f^{-1}(C \cup D) &= f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D), & f^{-1}(C \cap D) &= f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D), \\ f(X \setminus A) &\supset f(X) \setminus f(A), & f^{-1}(Y \setminus C) &= X \setminus f^{-1}(C), \\ f^{-1}(f(A)) &\supset A. \end{aligned}$$

En plus, trouver des exemples tq les inclusions dans les formules en bleue sont strictes.

2/2